

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Векторный и тензорный анализ

название дисциплины

для специальности

14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг

код и название специальности

специализация

Проектирование и эксплуатация атомных станций

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Векторный и тензорный анализ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП специалитета обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования В-ОПК-1 Владеть навыками использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
ПК-2	Способен проводить математическое моделирование для анализа всей совокупности процессов в ядерно-энергетическом и тепломеханическом оборудовании АЭС	З-ПК-2 знать методы математического анализа для моделирования процессов в ядерно-энергетическом и тепломеханическом оборудовании АЭС У-ПК-2 уметь проводить математическое моделирование процессов в ядерно-энергетическом и тепломеханическом оборудовании АЭС, В-ПК-2 владеть стандартными пакетами автоматизированного проектирования и исследований
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач

		анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП специалитета

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 3 семестр			
1.	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1, ПК-2, УКЕ-1	Контрольная работа 1, экзамен
2.	Кратные интегралы.	ОПК-1, ПК-2, УКЕ-1	Контрольная работа 1, экзамен
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1, ПК-2, УКЕ-1	Контрольная работа 2, экзамен
4.	Элементы векторного анализа.	ОПК-1, ПК-2, УКЕ-1	Контрольная работа 2, экзамен
Промежуточная аттестация, 3 семестр			
	Экзамен	ОПК-1, ПК-2, УКЕ-1	Экзамен

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает низсостоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает низсостоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	7-8	18 (60% от 30)	30

Контрольная работа №1	8	18	30
ИДЗ №1	8		
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
Контрольная работа №2	16	17	30
ИДЗ №2	16		
Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
Экзамен	-	25	40
Экзаменационный билет	-	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Специальность	14.05.02 «Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»
Специализация	«Проектирование и эксплуатация атомных станций»
Дисциплина	Векторный и тензорный анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Вычислить интеграл $\int_D xy dx dy$ по области D , ограниченной кривыми $y = x$, $y = 0$, $x + y = 2$.
3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)
 $\vec{a} = (x^2 + xy)\vec{i} + (y^2 + yz)\vec{j} + (z^2 + xz)\vec{k}$, $S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$
4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (xy - x) dx + \frac{x^2}{2} dy$, где L — ломаная $OABO$, $O(0; 0)$; $A(1; 2)$; $B(0,5; 3)$ обходится в положительном направлении.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + 2x^2) dx dy dz$ по области D ,

ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz). $\vec{a} = 3x\vec{i} + 27(y+1)\vec{j} + z\vec{k}, P: 3x + \frac{y}{3} + z = 1$

4. Вычислить интеграл: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt[4]{tg 2x} dx$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры..

2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{25}{4} - y^2, z = 0.$$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями

P_1 и P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + xyzk, S: x^2 + y^2 = 9, P_1: z = -5, P_2: z = 5.$$

4. Является ли поле $\vec{F} = (yz - xy)\vec{i} + (xz - \frac{x^2}{2} + yz^2)\vec{j} + (xy + y^2z)\vec{k}$ потенциальным? $yz - xy\vec{i} + xz - \frac{x^2}{2} + yz^2\vec{j} + (xy + y^2z)\vec{k}$ потенциальным?

Найти его потенциал и вычислить криволинейный интеграл второго рода по линии, соединяющей точки $A(1;1;1)$ и $B(2;-2;3)$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x dx$$

Вычисление интеграла

2. Вычислить поток поля $\vec{a} = xy\vec{i} + y\vec{j} + xz\vec{k}$ через замкнутую поверхность S в направлении внешней нормали, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$.

3. Вычислить модуль циркуляции векторного поля $\vec{a} = 4\vec{i} + 3x\vec{j} + 3xz\vec{k}$ вдоль контура $L: x^2 + y^2 = z^2, z = 3$.

4. Вычислить массу неоднородной пластины D , ограниченной линиями $y = x^2, y = 4$, если плотность в каждой точке $\mu(x, y) = 2x + 5y + 10$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36; x \geq 0; y \geq \frac{2}{3}x.$$

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (3yz - x)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j} + (6z - 1)\vec{k}, \quad S: \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Определение и свойства кратных интегралов: разбиения, интегральная сумма, интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.

$$f(x) = \begin{cases} x; & |x| < \pi \\ 0; & |x| \geq \pi \end{cases}$$

2. Представить интегралом Фурье функцию

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 9x, \quad x^2 + y^2 = 12x, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0, \quad y = 0 \quad (y \geq 0).$$

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 (z < 0). \end{cases}$$

(контур обходится по часовой стрелке, если смотреть из начала координат)

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику (с доказательством).

2. Вычислить интеграл

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5}; V: \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$$

3. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов

4. Найти поток вектора $\vec{a} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ через боковую поверхность пирамиды с вершиной в точке $S(0,0,2)$, основанием которой служит треугольник с вершинами $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$. (нормаль внешняя).

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по элементарной

области (с доказательством). Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \cos^4 x dx$

3. Является ли поле $\vec{a} = x^2 y \vec{i} - 2xy^2 \vec{j} + 2xyz \vec{k}$ соленоидальным? Найти поток через замкнутую поверхность, ограниченную $x^2 + y^2 = 1$, $z=1$, $z=4$ в направлении внешней нормали к телу.

4. Вычислить интеграл $\iint_S z^2 dx dy$, где S - внешняя сторона эллипсоида $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.

$$F(\alpha) = \int_{\sin \alpha}^{\cos \alpha} e^{\alpha \sqrt{1-x^2}} dx,$$

2. Найти $F'(\alpha)$, если $, 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\vec{a} = (yz - 2x)\vec{i} + (\sin x + y)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k}, S: \begin{cases} x + 2y - 3z = 6, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$

4. Найти работу силы $\vec{F} = (x + y)^2 \vec{i} - (x^2 + y^2) \vec{j}$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN , где $M(1,1), N(-1, -1)$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.

2. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $x^2 + y^2 = R^2$, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$.
3. Найти работу поля $\vec{a} = \frac{1}{y}\vec{i} + \frac{1}{z}\vec{j} + \frac{1}{x}\vec{k}$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1,1,1)$ и $B(2,4,8)$.
4. Найти $\iint_S x^2 dydz + 2y^2 dx dz - z dx dy$, S внешняя сторона поверхности, состоящей из параболоида $z = x^2 + y^2$ и плоскости $z = 1$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

- Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычислении с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
- С помощью двойного интеграла вычислить в полярной системе координат площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^2 = 2y^3$
- Вычислить $\iint_S xz dydz + xy dx dz + yz dx dy$, где S - внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ и плоскостей $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
- Вычислить $\oint_L y dx - x^2 dy + (x+y) dz$, если L - кривая $x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = 2(\cos t + \sin t)$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

- Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.

$$\int_0^5 t^4 \sqrt{25 - t^2} dt.$$

- Вычислить с помощью бета-функции
- Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{1 - y}, y = x, y = -x, z = 0$
- Найти поток векторного поля $\vec{a} = x^2\vec{i} + 2y^2\vec{j} - z\vec{k}$ через часть поверхности $S: z = x^2 + y^2$, отсекаемую плоскостью $z = 16$ (нормальный вектор образует острый угол с осью OZ).

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и вычисление с помощью двойного интеграла.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$ и $y = 0$.
3. Вычислить $\iint_S x^2 y^2 z dx dy$, где S - верхняя сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
4. Найти работу поля $\vec{a} = \vec{i}e^{y-z} + \vec{j}e^{z-x} + \vec{k}e^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0;0;0)$ и $M(1;3;5)$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с помощью двойного интеграла.
2. Найти объем тела, заданного неравенствами $4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, $-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z$, $0 \leq y \leq \sqrt{3}x$.
3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя):
 $\vec{a} = x\vec{i} - 2y\vec{j} + 3z\vec{k}$, $S: z = x^2 + y^2$, $z = 2x$
4. Вычислить производную интеграла по параметру $F'(x)$, если $F(x) = \int_{-x}^x e^{(x+t)^2} dt$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Формула Грина (с доказательством) и ее следствие (вычисление площади).
Условие потенциальности плоских векторных полей.

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{tg}^{1/4} x dx.$$

2. Вычислить с помощью бета-функции
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $2z = 15\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2$.
4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (3x - 2y - 2z) dS$, где S – часть плоскости $2x - y - 2z = -2$, отсекаемая координатными плоскостями.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Дивергенция. Формула Остроградского (с доказательством) и ее следствие.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 5, & x \in [0, 2] \\ 0, & x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) \end{cases}$

3. Вычислить интеграл $\int_L yx^{-1/2} dl$, где $L: y^2 = \frac{4x^3}{9}$ от точки $A(3; 2\sqrt{3})$ до $B\left(8; \frac{32\sqrt{2}}{3}\right)$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$$\vec{a} = (x^2 + xz)\vec{i} + (x^2 + yz)\vec{j} + (-x^2 - 2xz)\vec{k}, S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Ротор. Формула Стокса. Условие потенциальности векторных полей в пространстве.
2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{4-y} \, dx dy$, где граница области D задана уравнением $x^2 + y^2 = 4y$
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 0, y = 1, y = 2x, y = 6 - x$.
4. Является ли поле $\vec{a} = (z + 2xy)\vec{i} + (x^2 - 2y)\vec{j} + x\vec{k}$ соленоидальным? Потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал. $2xy + zi + x^2 - 2yj + xk$ соленоидальным? Потенциальным? Если является потенциальным, то найти его потенциал.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Элементы теории поля: оператор ∇ , правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью оператора ∇ .

2. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $x^2 + y^2 = 16$, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = 8$.

3. Найти работу поля $\vec{a} = xz\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ вдоль кривой $L: x^2 + y^2 + z^2 = 4, z = 1$.
4. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (2y^2 - z)\vec{k}$ через часть поверхности $S: z = x^2 + y^2$, отсекаемой плоскостью $z = 2$ (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Формулы Грина в пространстве (два утверждения с доказательством).
2. Найти работу силы $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $L: y = x$ при $0 \leq x \leq 1$ и $y = 2 - x$ при $1 \leq x \leq 2$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 0)$.
3. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + x^2) \, dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями

$$y = 2x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy} \text{ и } z = 0.$$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz). $\vec{a} = (\pi - 1)x\vec{i} + (\pi y + 3)\vec{j} + \pi z\vec{k}$, $P: 2x + \frac{y}{4} + z = 1$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Преобразование Фурье (прямое и обратное) и их свойства. Примеры.

$$\int_0^{\infty} \frac{t^2}{1+t^4} dt.$$

2. Вычислить с помощью бета-функции

3. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $(z-2)^2 = x^2 + y^2$, $z=0$, если плотность $\mu(x, y, z) = z$

4. Найти поток вектора $\vec{a} = \vec{i}yz + \vec{j}xz + \vec{k}xy$ а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = 1$ ($0 \leq z \leq 9$), б) через полную поверхность этого цилиндра в направлении внешней нормали.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23 по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Односвязная область. Условие потенциальности плоских векторных полей.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|; |x| < 1 \\ 0; |x| \geq 1 \end{cases}$

3. Вычислить $\iiint_V y\sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где $V: z = 2\sqrt{x^2 + y^2}, z = 2, y \geq -x, y \geq x$.

4. Найти модуль циркуляции векторного поля $\vec{a} = -3z\vec{i} + \vec{j} + 2y\vec{k}$ вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 0,25 \\ x - 3y + z = 1. \end{cases}$$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Площадь поверхности: определение, вычисление с помощью двойного интеграла (для параметрического и явного задания поверхности).
2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^5}$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 4; y \geq 0; y \geq x$.
4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\vec{a} = (yz - x^2)\vec{i} + (x^2 - 2y)\vec{j} + (6z - 1)\vec{k}, S: \begin{cases} z^2 = 4(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Интегральные операции над векторными полями. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки. .
2. Найти массу окружности $x^2 + y^2 = ax$, если линейная плотность $\mu(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2x^2 + y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$.
4. Вычислить модуль циркуляции векторного поля $\vec{a} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}$ вдоль контура $L: x^2 + y^2 = 1, 2x - 3y - 2z = 2$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Инвариантность определения дивергенции. Циркуляция. Инвариантность определения ротора.

$$\int_0^9 t^4 \sqrt{81 - t^2} dt.$$

2. Вычислить с помощью бета-функции

3. Вычислить с помощью формулы Стокса $\int_C (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$, где C – эллипс $x^2 + y^2 = 1$, $x + z = 1$, пробегаемый против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Ox .

4. Вычислить массу тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2x$, $x + z = 2$, $z = 0$ ($z \geq 0$), если плотность $\mu(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25
по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.

$$S: z = \frac{x^2 + y^2}{2}$$

2. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 1$, расположенной внутри цилиндра

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (x^2 + y^2)z dx dy$, где

$S: z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ (нормаль образует с осью oz тупой угол).

4. Вычислить работу силы $\vec{F} = (xy - y^2)\vec{i} + x\vec{j}$ при перемещении материальной точки вдоль кривой $L: y = 2x^2$ от точки $A(0; 0)$ до точки $B(1; 2)$.

Составитель _____ Л.А.Королева

Заведующий кафедрой _____ В.К.Артемьев

«_____» _____ 20____ г.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студенту предлагается ответить на один теоретических вопроса и решить три задачи из

разных разделов курса. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении задачи - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу. - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Специальность	14.05.02 «Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»
Специализация	«Проектирование и эксплуатация атомных станций»
Дисциплина	Векторный и тензорный анализ

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности (с доказательством), дифференцируемости и интегрируемости. Правило Лейбница нахождения производной. Примеры.

2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, признаки равномерной сходимости (признак Вейерштрасса с доказательством). Примеры.

3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

4. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства (7 утверждений). Примеры.

5. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства (8 утверждений). Два вида записи бета-

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cos^n x dx$$

функции. Вычисление интеграла

6. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры. Преобразование Фурье (прямое, обратное).

7. Клетки, клеточные тела, множества, измеримые по Жордану. Мера Жордана. Критерий измеримости множества по Жордану.

8. Разбиение, диаметр разбиения, интегральная сумма. Определение и свойства кратных интегралов: интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.

9. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику.

10. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по элементарной области.

Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.

11. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.

12. Элементы теории поверхностей. Площадь поверхности в случае параметрического и явного задания.

13. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.

14. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.

15. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычислении с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.

16. Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.
17. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и теорема (с доказательством) о вычислении с помощью двойного интеграла. Приложения.
18. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с помощью двойного интеграла. Физический смысл поверхностного интеграла 2 рода.
19. Дивергенция. Теорема Гаусса-Остроградского и ее следствия (с доказательством).
20. Формула Грина (с доказательством) и ее следствие (вычисление площади). Условие потенциальности плоских векторных полей.
23. Ротор. Формула Стокса (с доказательством) Условие потенциальности векторных полей в пространстве.
23. Элементы теории поля: оператор ∇ , правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью ∇ .
23. Повторные дифференциальные операции с полями. Оператор Лапласа. Разложение поля в сумму потенциального и соленоидального поля.
24. Интегральные операции над векторными полями. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки.
25. Инвариантность определения дивергенции. Циркуляция. Инвариантность определения ротора.
26. Формулы Грина в пространстве (два утверждения с доказательством).
27. Криволинейная система координат. Коэффициенты Ламе. Выражение операций: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в криволинейных координатах.
28. Выражение операций: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат.

4.2. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 1

а) типовые задания:

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Специальность	14.05.02 «Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»
Специализация	«Проектирование и эксплуатация атомных станций»
Дисциплина	Векторный и тензорный анализ

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема: Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.

- Вариант 1.** 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{+\infty} \frac{x^6 dx}{1+x^9}$
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 2|x| + 1, |x| \leq 4$ и $f(x) = 0, |x| > 4$
3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^4 dy \int_{\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} f(x, y) dx$
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 + 2, y = x, x = 2, x = 0 (x \geq 0)$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x, z = 0 (z \geq 0)$
(подсказка: находить в декартовой системе координат)
6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V y \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \partial V: z^2 = 4(x^2 + y^2), z = 2, y \geq x, y \geq -x, z \geq 0.$

- Вариант 2.** 1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^1 x^3 \cdot \sqrt[3]{1-x^3} dx$
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = -3x, 0 \leq x \leq 6$ и $f(x) = 0, x > 6$, продолжив ее нечетным образом.
3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^2 dx \int_{4-2x^2}^{4-x^2} f(x, y) dy$
4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x^2 + y^2 = 4x, y = 0 (y \leq 0)$ с плотностью $\mu(x, y) = 4 - x$
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - y^2, z = 0, x^2 + y^2 = 4 (z \geq 0)$.
6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \leq 0, y \leq x, z \leq 0.$

- Вариант 3.** 1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^4} dx$
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - 4|x|, |x| \leq 0,25$ и $f(x) = 0, |x| > 0,25$.
3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{y^2+2} f(x, y) dx$
4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, 2y \leq 3x$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y = 2x$, $x = 4$, $z = x^2$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.
 6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\iiint_V \frac{y^2 z dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}, \partial V: z = 3(x^2 + y^2), y \geq 0, y \leq \sqrt{3}x, z = 3.$$

$$\int_0^2 x^{1/2} \cdot \sqrt{4 - x^2} dx$$

Вариант 4. 1. Вычислить с помощью бета-функции

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 4 - |x|$, $|x| \leq 4$ и $f(x) = 0$, $|x| > 4$

$$\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми

$$2y + x = -2, y + x = 1, x = 0 \text{ с плотностью } \mu(x, y) = 4x^2.$$

5. Вычислить объем тела $\partial V: x^2 + y^2 = 4$, $y + z = 2$, $z \geq 0$.

$$\iiint_V \frac{y^2 dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2},$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0, y \leq \sqrt{3}x, z \leq 0.$$

$$\int_0^{x/6} \sqrt[3]{(\lg 3x)^2} dx$$

Вариант 5. 1. Вычислить с помощью бета-функции

2. Представить интегралом Фурье заданную на полуоси функцию $f(x) = x + 2$, $x \in [0, 4]$ и $f(x) = 0$, $x > 4$, продолжив ее четным образом.

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить площадь фигуры D, ограниченной кривыми $y^2 = 4x$, $x + y = 3$, $y \geq 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 = 4 - x$, $z = 3x$, $z = 0$ ($z \geq 0$).

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\iiint_V \frac{ze^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}, \partial V: x^2 + y^2 + z^2 = 1, z^2 \geq x^2 + y^2, z \geq 0$$

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$$

Вариант 6. 1. Вычислить с помощью гамма-функции

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - |x|$, $|x| \leq 1$ и $f(x) = 0$, $|x| > 1$

$$\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^2 + 1$, $x + y = 3$ с плотностью $\mu(x, y) = 4x + 5y + 2$
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1$, $z^2 = 9(x^2 + y^2)$, $z = 0 (x \geq 0, y \geq 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам
$$\iiint_V (z^2 + 1) dx dy dz$$
,
 $V: x^2 + y^2 \leq z^2, z \leq 1$.

-
- Вариант 7.** 1. Вычислить с помощью бета-функции
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^5}{(1+x^2)^4} dx$$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = x + 4, |x| \leq 2$ и $f(x) = 0, |x| > 2$.

3. Изменить порядок интегрирования
$$\int_0^3 dx \int_{\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy$$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1, y \geq -x, x \geq 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 24, z = \sqrt{49 - x^2 - y^2}, z = 3.$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам
$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$
, граница
 $V: x^2 + y^2 = 4y \leq 9, y + z = 4, z \geq 0$.

-
- Вариант 8.** 1. Вычислить с помощью бета-функции
$$\int_0^6 x^3 \cdot \sqrt{6-x} dx$$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 5 - |x|, |x| \leq 5$ и $f(x) = 0, |x| > 5$

3. Изменить порядок интегрирования
$$\int_0^1 dy \int_{2y^2}^{3-y} f(x, y) dx$$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x + y = 2, y = 2x, x = 0$ с плотность $\mu(x, y) = 2 - x - y$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = \sqrt{y}, y = 2x, y = 1, y = 3 (z \geq 0, x \geq 0)$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам
$$\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$$
,
 $V: z \leq 4 - x^2 - y^2, z \geq 0, y \leq 2x, x \geq 0$.

.....

Вариант 9. 1. Вычислить с помощью бета-функции

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt[4]{\operatorname{tg} 3x} dx$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & x < 1; x > 2. \end{cases}$$

2. Представить интегралом Фурье функцию

$$\int_0^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = y^2, y^2 = -x + 4, y = -1 (y \geq -1)$.

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 6 - x^2 - y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$$\iiint_V (z + 4) dx dy dz$$

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\partial V: z = 9(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 1, z = 0$$

.....

Вариант 10. 1. Вычислить с помощью гамма-функции

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{\ln(1/x)} dx$$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 4, 0 \leq x \leq 2$ и $f(x) = 0, x > 2$, продолжив её нечётным образом.

$$\int_0^1 dy \int_{2y+1}^{4-y^2} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^2 - 1, y = 1$ с

плотностью $\mu(x, y) = 3x^2 + 2y^2 + 1$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, x = 0, y = 0, x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 8x (y \geq 0)$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, y \leq 2x, z \geq 0, y \leq -x$$

.....

Вариант 11. 1. Вычислить с помощью бета-функции

$$\int_0^{\pi/4} \sqrt[3]{\operatorname{tg} 2x} dx$$

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 1 \leq x \leq 6, \\ 0, & x < 1; x > 6. \end{cases}$$

2. Представить интегралом Фурье функцию

$$\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{3-x} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$, $y = 0$ ($y \geq 0$)
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{12 - x^2 - y^2}$, $z = x^2 + y^2$.

$$\iiint_V (z - 2) dx dy dz$$

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V (z - 2) dx dy dz$,
 $\partial V: z = 6(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 3, z = 0$.

.....

$$\int_0^1 \sqrt{(\ln(1/x))^3} dx$$

- Вариант 12.** 1. Вычислить с помощью гамма-функции $f(x) = 4, 0 \leq x \leq 3$ и $f(x) = 0, x > 3$, продолжив её нечётным образом.

$$\int_{-2}^4 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{y+4} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования
4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^3, y = 3x$ ($x \geq 0$) с плотностью $\mu(x, y) = y(1 + x^2)$
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2 - y^2, z = 0, x = 0, y = x$ ($y \leq x$).

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам $\iiint_V \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3} dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, y \leq 0, z \geq 0, y \leq -x, z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2)}$.

.....

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1 + x^3}$$

- Вариант 13.** 1. Вычислить с помощью бета-функции $f(x) = 2x, |x| \leq 3$ и $f(x) = 0, |x| > 3$

$$\int_{-2}^1 dy \int_{y^2}^4 f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = -4y^2, x = -5y^2, y \geq 0, x \leq 0$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = y, x^2 + y^2 = 18, z = 0, x = 0, x = \sqrt{3y}$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V (y^2 + x^2 + z^2) dx dy dz, \partial V: z^2 = x^2 + y^2, z = 3$.

.....

$$\int_0^1 x^6 \cdot \sqrt[4]{1 - x^2} dx$$

- Вариант 14.** 1. Вычислить с помощью бета-функции $f(x) = -x, 0 \leq x \leq 5$ и $f(x) = 0, x > 5$, продолжив ее четным образом.

$$\int_0^2 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми

$$x=0, y=0, y=\sqrt{25-x^2} \quad (x \geq 0, y \geq 0) \quad \text{с плотностью} \quad \mu(x, y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z^2 = 2 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 = 1 \quad (x^2 + y^2 \leq 1).$$

$$\iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0, y \leq -x.$$

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^4} dx$$

Вариант 15. 1. Вычислить с помощью гамма-функции

$$f(x) = 1 - 3|x|, |x| \leq \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad f(x) = 0, |x| > \frac{1}{3}.$$

2. Представить интегралом Фурье функцию

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-2-y}^{2y+1} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования

$$D: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \leq 1, \quad y \geq \frac{4}{5}x, \quad y \leq -\frac{4}{5}x.$$

4. Вычислить площадь фигуры

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$y^2 = 1 - x^2, \quad x + y + z = 4, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \partial V: x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x, x + z = 4, z \geq 0, y \geq 0.$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^{10}}$$

Вариант 16. 1. Вычислить с помощью бета-функции

2. Представить интегралом Фурье функцию

$$\int_0^1 dx \int_{-x}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x=0, x^2 + y^2 = 1$ с

плотностью $\mu(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$.

5. Вычислить объем $\partial V: x = \sqrt{9 - y^2}, x = \sqrt{4 - y^2}, z = x, z = 0 (z \geq 0)$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0, y \geq 0, y \geq x$$

$$\int_0^1 x^4 \cdot \sqrt{\ln\left(\frac{1}{x}\right)} dx$$

Вариант 17. 1. Вычислить с помощью гамма-функции

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 2 - |x|, |x| \leq 2$ и $f(x) = 0, |x| > 2$

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{y-1} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить площадь фигуры D, ограниченной кривыми $y = 4/x, y = 9e^x, y = 4, y = 9$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = 2y, y = 1, y = \sqrt{9 - x^2}, z = 0 (y \geq 1)$$

$$\iiint_V (z + 1) dx dy dz$$

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$\partial V: z = 4\sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 = 16, z \geq 0$$

Вариант 18. 1. Вычислить с помощью гамма-функции

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-4x^2} dx$$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 5|x|, |x| \leq 1$ и $f(x) = 0, |x| > 1$

$$\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = 3x^2, y = 3$ с

плотностью $\mu(x, y) = y^2(x + 1)$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 4 - x^2 - y^2, z = 0$$

$$\iiint_V z dx dy dz$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$V: x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$$

Вариант 19. 1. Вычислить с помощью бета-функции

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^4}{(1 + x^4)^2} dx$$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - x, |x| \leq 3$ и $f(x) = 0, |x| > 3$

$$\int_0^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} f(x, y) dy$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить площадь фигуры D , ограниченной кривыми $xy = 8, x^2 = y, y = 8$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 51, z = \sqrt{100 - x^2 - y^2}, z = 6 (x^2 + y^2 \leq 51)$$

$$\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, y \geq 0.$$

$$\int_0^3 x^5 \cdot \sqrt{9 - x^2} dx$$

Вариант 20. 1. Вычислить с помощью бета-функции

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 4 + |x|, |x| \leq 4$ и $f(x) = 0, |x| > 4$

$$\int_0^{\frac{4}{5}} dy \int_{\ln y}^{\frac{3-3y}{2}} f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования

4. Вычислить массу неоднородной пластины D , ограниченной кривыми

$$y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3 \text{ с плотностью } \mu(x, y) = x + y.$$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$y = 2x, y = -2x, y = 4, z^2 = 4 - y, z = 0 (z \geq 0).$$

$$\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{8 - x^2 - y^2}},$$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам

$$V: z \leq 8 - x^2 - y^2, z \geq 0, y \geq 0.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1 оценивается в 30 баллов: задача 1 оценивается в 3 балла, задачи 2, 3, 4 оцениваются в 5 баллов, задачи 5, 6 – в 6 баллов.

4.3. Наименование оценочного средства. Контрольная работа 2

а) типовые задания:

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Специальность	14.05.02 «Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»
Специализация	«Проектирование и эксплуатация атомных станций»
Дисциплина	Векторный и тензорный анализ

Комплект заданий для контрольной работы 2

Тема: Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля.

- Вариант 1.** 1. Вычислить интеграл $\int_L (x-y)dl$, где L - окружность $x^2 + y^2 = 4y$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (y^2 - x)dz$, где S - часть конуса $x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$, отсекаемая цилиндром $x^2 + y^2 = 1$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (z+2)dxdy$, где S - внешняя сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = x\vec{i} - 3z\vec{j} + y\vec{k}$, $L: x = \cos t, y = 4\sin t, z = 2\cos t - 4\sin t + 3$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 7x\vec{i} + z\vec{j} + (x-y+5z)\vec{k}$, $S: z = x^2 + y^2, z = x^2 + 2y^2, y = x, y = 2x, x = 3$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

- Вариант 2.** 1. Вычислить интеграл $\int_L x^2 dl$, где $L: x^2 + y^2 = 4$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x+y+z)dz$, где S - часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, отсекаемая координатными плоскостями ($x \geq 0, y \leq 0, z \geq 0$).
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y^2 + z^2)dxdy$, где S - часть поверхности $z = 1 + x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 5$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = (y-z)\vec{i} + (z-x)\vec{j} + (x-y)\vec{k}$, $L: x = 2\cos t, y = 3\sin t, z = -3 + 4\cos t - 3\sin t$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 3x\vec{i} - z\vec{j}$, $S: x^2 + y^2 = z^2, z = 6 - x^2 - y^2, z \geq 0$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию

поля вдоль окружности $x^2 + z^2 = 1, y = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть из точки $(0, 1, 0)$

Вариант 3. 1. Вычислить интеграл $\int_L (y+x) dl$, где L - правый виток лемнискаты $r = \sqrt{7 \cos 2\varphi}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (2x^2 + 2y^2 - z) dz$, где S - часть поверхности $z = 4 - x^2 - y^2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, отсекаемая координатной плоскостью $z = 0 (z \leq 0)$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$, L - контур треугольника с вершинами $A(0, 0), B(1, 2), C(0, 3)$ при положительном направлении обхода контура.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (6x - \cos y)\vec{i} + (e^x + y)\vec{j} + (e^y + 3z)\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 = z^2, z = 1, z = 3$.

$$\vec{a} = \left(\frac{x^2}{2} - xy \right) \vec{i} + \left(\frac{y^2}{2} - yz \right) \vec{j} + \left(\frac{z^2}{2} - xz \right) \vec{k}$$

6. Является ли векторное поле соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 4. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{8x + y^2}{y} dl$, где $L: y = 2\sqrt{x}$ от точки $A(3, 2\sqrt{3})$ до точки $B(8, 4\sqrt{2})$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz dz$, где S - часть поверхности $y = x^2 + z^2$, отсекаемая плоскостью $y = 9$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xdydz + ydzdx + zdxdy$, где S - часть внешней стороны сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, отсекаемой плоскостью $z = 0 (z \geq 0)$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}$, $L: z = 3(x^2 + y^2) + 1, z = 10$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (x + \sqrt{z} + 1)\vec{i} + (2x + y)\vec{j} + (z + \sin x)\vec{k}$, $S: z^2 = x^2 + y^2, z = 1$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 6xz\vec{i} + (3x^2 - 2y)\vec{j} + z\vec{k}$ потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал.

Вариант 5. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, где L - отрезок прямой от точки $A(1, 1, 1)$ до точки $B(2, 2, 2)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z \, ds$, где S – часть плоскости $z = 4(x^2 + y^2)$, отсекаемая плоскостью $z=4$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S yz \, dydz - x^2 \, dx dz - y^2 \, dx dy$, где S – часть поверхности $y^2 = x^2 + z^2$, отсекаемая плоскостями $y=0, y=1$ (вектор нормали образует тупой угол с осью OY).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = x^2 \vec{i} + z \vec{j} + y \vec{k}$, $L: x = \cos t, y = 3 \sin t, z = 2 \cos t - 3 \sin t - 2$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x \vec{i} + y^2 \vec{j} + z \vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25, z = 0 (z \geq 0)$.
6. Найти $\operatorname{div} \frac{\vec{r}}{r}, \operatorname{rot} \frac{\vec{r}}{r}$, где $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}, r = |\vec{r}|$

Вариант 6. 1. Вычислить интеграл $\int_L \sqrt{2y} \, dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 10(t - \sin t), y = 10(1 - \cos t)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (xz + yz) \, ds$, где S – часть плоскости $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, отсекаемая цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 \, dydz + z \, dx dy$, где S – часть поверхности $x^2 + y^2 = 9 - z$, отсекаемая плоскостью $z=0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).
4. Вычислить интеграл $\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$, где $L: y = \ln x$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(e, 1)$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x \vec{i} + z \vec{k}$, $S: y = x^2, y = 4x^2, y = 1, x \geq 0, z = y, z = 0$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2 y \vec{i} - 2xy^2 \vec{j} + 2xyz \vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = 4, z = 0, z = 1$, в направлении внешней нормали.

Вариант 7. 1. Вычислить интеграл $\int_L xy \, dl$, где $L = L_{\text{рам}}$ – контур прямоугольника с вершинами $A(2, 0), B(4, 0), C(4, 3), D(2, 3)$.

2. Вычислить массу полусферы $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ с поверхностной плотностью $\mu = 2x^2 + 2y^2$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S 2x \, dydz + (1 - z) \, dx dy$, где S – внешняя сторона цилиндра $x^2 + y^2 = 16$, отсекаемая плоскостями $z=0$ и $z=2$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = (y - z) \vec{i} + (z - x) \vec{j} + (x - y) \vec{k}$, $L: x = \cos t, y = \sin t, z = 2(1 - \cos t)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = z\vec{i} + (3y - x)\vec{j} + z\vec{k}$, $S: z = x^2 + y^2 + 2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 3x^2\vec{i} + 4(x - y)\vec{j} + (x - z)\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию

поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OZ .

Вариант 8. 1. Вычислить интеграл $\int_L \arctg \frac{y}{x} dl$, где $L: r = 1 + \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (9x + 2y + z) ds$, где S — часть плоскости $x - y + z = -4$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y - x) dy dz + (z - y) dx dz + (x - z) dx dy$, где S — часть поверхности $x^2 = z^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $x = 5$ (нормаль образует острый угол с осью OX).

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L (x^2 + y) dx + (x^2 - y) dy$, где L — кривая $y = |x|$ от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(3, 3)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} - xz\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $x^2 + y^2 = 8$, $z \geq 0$.

6. Вычислить $\text{div}[\vec{a}, \vec{r}]$, $\text{rot}[\vec{a}, \vec{r}]$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.

Вариант 9. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dl$, где $L: r = 2(1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x^2 + 2y^2) ds$, где S — часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 4$ ($0 \leq z \leq 4$).

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 dy dz + 2y^2 dx dz - z dx dy$, где S — часть поверхности $4z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 4$ (вектор нормали к S образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + x\vec{k}$, $L: x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = -2\cos t - 2\sin t + 2$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (xz + z^2)\vec{i} + (yz + 2x)\vec{j} - z\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ ($z \geq 0$).

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 2xyzi - y(yz + 1)\vec{j} + z\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 0$, $z = 1$, в направлении внешней нормали.

Вариант 10. 1. Вычислить интеграл $\int_L (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y}) dl$, где L - дуга астроида $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$ между точками $A(1, 0)$ и $B(0, 1)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z ds$, где S - часть поверхности $z = 5 - x^2 - y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xyz dy dz + yz dx dz + xz dx dy$, где S - внешняя сторона части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 81$, отсекаемая координатными плоскостями и лежащая в 1 октанте, нормаль образует тупой угол с осью OZ.

4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a} = x^3 \vec{i} + 2xy^2 \vec{j} - 3x^2 z \vec{k}$ вдоль отрезка $\overline{AB}$, где $A(1, 2, 1), B(2, 4, 3)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x \vec{i} + y^2 \vec{j} - z \vec{k}, S: z^2 = x^2 + y^2, z = 3, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0)$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = z \vec{i} + x \vec{j} + y \vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OX.

Вариант 11. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{(y^2 - x^2)xy dl}{(x^2 + y^2)^2}$ где L - первый виток винтовой линии $r = 9 \sin 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x + y^2 - z) ds$, где S - часть поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, отсекаемая $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 dy dz + z^2 dx dy$, где S - часть поверхности конуса $x^2 + y^2 = z^2$, лежащая между плоскостями $z = 1, z = 9$, нормаль образует тупой угол с ортом $\vec{k}$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = -3z \vec{i} + y^2 \vec{j} + 2y \vec{k}, L: x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, 2z = 3 \cos t - 3 \sin t - 1$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x \vec{i} + z \vec{k}, S: x + 2y + 3z = 6, x^2 + y^2 = 1, z = 0$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2 \vec{i} + \vec{j} + 2z \vec{k}$ потенциальным? соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу радиуса 2 с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 12. 1. Вычислить интеграл $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L - развертка окружности $x = 4(\cos t + t \sin t), y = 4(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x^2 + y^2) ds$, где S - часть поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, отсекаемая плоскостью $z = 3, y = 0 (y \geq 0)$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y^2 + z^2) x dy dz$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OX).

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L x^2 y dx + y e^{x+2} dy$, где L отрезок прямой от точки $A(1, 1)$ до точки $B(4, 6)$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x\vec{i} - 2y\vec{j} + 3z\vec{k}, S: z = x^2 + y^2, z = 2x$

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = (y+z)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ соленоидальным? потенциальным?

Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + z^2 = 1, y = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть из точки $(0, 1, 0)$

Вариант 13.

1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{1}{x-y} dl$, где L - отрезок прямой, соединяющий точки $A(4, 0)$ и $B(6, 1)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z ds$, где S - часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, отсекаемая плоскостями $z = 0, z = 1$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xz dy dz + x^2 y dz dx + y^2 z dx dy$, где S - часть параболоида $z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 5$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = -x^2 y^3 \vec{i} + 2\vec{j} + z\vec{k}, L: x = \cos t, y = \sin t, z = 4$

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = -x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2yz\vec{k}, S: x^2 + y^2 = z^2, z = 9$.

$$\vec{a} = \left(\frac{x^2}{2} - xy \right) \vec{i} + \left(\frac{y^2}{2} - yz \right) \vec{j} + \left(\frac{z^2}{2} - xz \right) \vec{k}$$

6. Является ли векторное поле потенциальным? соленоидальным? Вычислить поток поля через сферу единичного радиуса с центром в начале координат в направлении внешней нормали.

Вариант 14. 1. Вычислить интеграл $\int_L xy dl$, где $L: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ от точки $A(3, 0)$ до точки $B(0, 2)$

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz ds$, где S - часть поверхности $z = x^2 + y^2$,

отсекаемая плоскостями $z = 16, x = 0, y = 0$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S z^2 dx dy$, где S - верхняя сторона эллипсоида $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$, отсекаемая плоскостью $z = 0 (z \geq 0)$.

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = y\vec{i} - 2x\vec{j} + z^2\vec{k}$, $L: z = 4(x^2 + y^2) + 2, z = 6$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (y^2 + xz)\vec{i} + (yx - z)\vec{j} + (yz + x)\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 3$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 6xz\vec{i} + (3x^2 - 2y)\vec{j} + z\vec{k}$ потенциальным? Если поле потенциально, найти его потенциал. Найти циркуляцию векторного поля по контуру $L: y^2 + z^2 = 3, x = -1$, контур обходится против часовой стрелки, если смотреть с положительной части оси OX .

Вариант 15. 1. Вычислить интеграл $\int_L (x + 2z)dl$, где L - дуги кривой $x = t, y = \frac{3}{2}t^2, z = t^3, 0 \leq t \leq 1$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (5x + y - z)ds$, где S - часть плоскости $x - 2y + 2z = 2$, отсекаемая координатными плоскостями.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 dydz + ydx dz + zdx dy$, где S - часть поверхности $z = 1 - (x^2 + y^2)$, отсекаемая плоскостями $z = 0$, вектор нормали образует острый угол с осью OZ .

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = (2y - 3z)\vec{i} + (3x + 2z)\vec{j} + (x + y + z)\vec{k}$, $L: x^2 + y^2 = 1, z = 4 - x - y$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 3x^2\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25, x = 0 (x \geq 0)$.

6. Найти $\text{div}(\vec{r}\vec{r}), \text{rot}(\vec{r}\vec{r})$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, r = |\vec{r}|$

Вариант 16. 1. Вычислить интеграл $\int_L (x^2 + y + z^2)dl$, где L - отрезок прямой от точки $A(0, 1, 2)$ до точки $B(-2, 3, 4)$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (x + y + z)ds$, где S - полусфера $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xdydz - ydx dz + zdx dy$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 = 4 - z$, отсекаемая плоскостью $z = 0$ (вектор нормали образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = xy\vec{i} + xyz\vec{j} + x\vec{k}$, $L: x = 3\cos t, y = 3\sin t, z = 1 - 3\cos t - 3\sin t$.

5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (x + y)\vec{i} + z\vec{k}$, $S: z = y^2, y = 2x, y = 4x, x = 1, z = 0$.

6. Является ли векторное поле $\vec{a} = x^2 y\vec{i} - 2xy^2\vec{j} + 2xyz\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + z^2 = 4, y = 0, y = 10$, в направлении внешней нормали.

Вариант 17.

1. Вычислить интеграл $\int_L (xy) dl$, где L - дуга окружности $x^2 + y^2 = 9$ в первой четверти.
2. Вычислить массу полусферы $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ с поверхностной плотностью $\mu = \frac{z}{5}$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S 3x dy dz - z dx dy$, где S - внешняя сторона цилиндра $x^2 + y^2 = 1$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 2$ и $y = 0 (y \geq 0)$.
4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура $L: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, x \geq 0$, $\vec{a} = (x^2 - y^2)\vec{i} + (x^2 + y^2)\vec{j}$, от точки $A(0, -2)$ до точки $B(0, 2)$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = x\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k}$, $S: z = 2(x^2 + y^2), z = 4 - 2(x^2 + y^2)$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 3x^2\vec{i} + 4(x - y)\vec{j} + (x - z)\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = 4, z = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OZ .

Вариант 18. 1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{1}{x^2 + y^2} dl$, где $L: x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz ds$, где S - часть параболоида $z = x^2 + y^2$, лежащая в 1 октанте, отсеченная плоскостью $z = 7$.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (y^2 + z^2) dy dz - z^2 dx dy + 2y^2 z dx dz$, где S - часть поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 5$ (нормаль образует острый угол с осью OZ).
4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L (x + y\sqrt{x^2 + y^2}) dx + (y - x\sqrt{x^2 + y^2}) dy$, где L - кривая $x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(-1, 0)$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 2, y = 0 (y \geq 0)$.
6. Вычислить $\text{div}[\vec{a}, \vec{r}]$, $\text{rot}[\vec{a}, \vec{r}]$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Вариант 19.

1. Вычислить интеграл $\int_L y dl$, где $L: y^2 = 6x$, отсеченная параболой $x^2 = 6y$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} ds$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 1 (0 \leq z \leq 1)$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S x^2 dydz - z^2 dzdx - 2zxdxdy$, где S - часть поверхности $z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 3$ (вектор нормали к S образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k}$, $L: x = 2\cos t, y = 3\sin t, z = 4\cos t - 3\sin t - 3$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (xy + x^2)\vec{i} + (yz + y^2)\vec{j} + (z^2 + zx)\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4, z^2 = x^2 + y^2 (z \geq 0)$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = 2xy\vec{i} - y(yx+1)\vec{j} + z\vec{k}$ соленоидальным? Вычислить поток поля через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = z^2, z = 0, z = 1$, в направлении внешней нормали.

Вариант 20.

1. Вычислить интеграл $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L - окружность $x^2 + y^2 = 2y$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S \frac{1}{(1+x+y)^2} ds$, где S - часть плоскости $x+y+z=1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ (в первом октанте).
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$, где S - часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 10$, нормаль образует тупой угол с осью OZ .
4. Вычислить работу векторного поля $\vec{a} = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j} + xy\vec{k}$ вдоль отрезка $\overline{AB}$, где $A(1, 0, 2), B(2, 3, 4)$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = y\vec{i} + 2yz\vec{j} + 2z^2\vec{k}$, $S: z = x^2 + y^2, z = 3$.
6. Является ли векторное поле $\vec{a} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ потенциальным? Вычислить циркуляцию поля вдоль окружности $x^2 + y^2 + z^2 = 1, y = 0$, пробегаемой против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси OY .

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа 2 считается выполненной, если правильно решены 3 задачи (получено 17 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 2 оценивается в 30 баллов: задачи 3 и 5 оцениваются по 6 баллов, задачи 1 и 4 оцениваются в 4 балла, а задачи 2 и 6 – 5 баллов.

Контрольные работы по дисциплине выполняются в течение одной пары.

Критерии и шкала оценивания контрольных работ по дисциплине Векторный и тензорный анализ

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 26 до 30 баллов	Сумма баллов решенных задач

Хорошо с 23 до 25 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 17 до 23 балла	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 16 баллов	Сумма баллов решенных задач

4.4. Наименование оценочного средства. Индивидуальные задания.

а) типовые задания (вопросы):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра Высшей математики

Специальность	14.05.02 «Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг»
Специализация	«Проектирование и эксплуатация атомных станций»
Дисциплина	Векторный и тензорный анализ

Индивидуальное домашнее задание 1 (кратные интегралы)

по дисциплине

Векторный и тензорный анализ

- а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-16 из раздела «Кратные интегралы». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 16 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное **индивидуальное задание «Кратные интегралы»** не оценивается в баллах, является допуском к КР1.

Индивидуальное домашнее задание 2 (Векторный анализ)

по дисциплине **Векторный и тензорный анализ**

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела *«Векторный анализ»*. Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное задание ИДЗ *«Векторный анализ»* не оценивается в баллах, является допуском к КР2.

Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену. Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.